



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2010  
عناصر الإجابة

الصفحة

1

3



9	المعامل:	NR25	الرياضيات	المادة:
4	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		الشعب(ة) أو المسلك:

عناصر الإجابة	التمرين الأول (3.5 نقط)
القانون * تبادلي .....0.25ن القانون * تجميعي .....0.25ن	(1-I)
العنصر المحايد : $\varepsilon = e$ .....0.25ن	(2)
$I \setminus \{1\}$ جزء مستقر من $(I, *)$ .....0.25 القانون المستخلص من * تبادلي وتجميعي ويقبل $\varepsilon$ كعنصر محايد في $I \setminus \{1\}$ .....0.25 جميع عناصر $I \setminus \{1\}$ تقبل مماثلا في $I \setminus \{1\}$ .....0.25	(3) أ-
تطبيق الخاصية المميزة لزمرة جزئية.....0.25	ب-
$a * (b \times c) = (a * b) \times (a * c)$ .....0.25	(4) أ-
زمرة تبادلية عنصرها المحايد هو 1 .....0.25 القانون * توزيعي بالنسبة للقانون $\times$ و $(I \setminus \{1\}, *)$ زمرة تبادلية.....0.25	ب-
نجد : $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ -4 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .....0.25 و $A^3 = O$ .....0.25	(1-II)
إذا كانت $A$ تقبل مقلوبا نستنتج أن $A^2 = O$ و هذا تناقض.....0.5 ن	(2)
عناصر الإجابة	التمرين الثاني (3.5 نقط)
الجزران المربعان هما $2+i$ و $-2-i$ .....0.25	(1) أ-
حلا المعادلة هما: $-\frac{1}{2} + i$ و $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ .....0.5	ب-
.....0.25	(2) أ-
.....0.75	ب-
نحصل على : $d = (1-i)c - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$ .....0.5	(3) أ-

الصفحة 2 3	NR25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2010 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)
		ب- نحصل على : $\ell = (1-i)c - 1 - \frac{1}{2}i$ ..... 0.5
		ج- نحصل على : $\frac{\ell - c}{a - c} = i$ ..... 0.25 ثم نستنتج أن: - المثلث $ACL$ متساوي الساقين رأسه $C$ ..... 0.25 - المثلث $ACL$ قائم الزاوية في $C$ ..... 0.25
		التمرين الثالث (3 نقط)
		عناصر الإجابة
		نجد $m \equiv 2 [5]$ أو $m \equiv 3 [5]$ ..... 1
		لدينا : $[p] \equiv -1 [p]$ إذن $n^2 \equiv -1 [p] \equiv (-1)^{1+2k} [p] \equiv (n^2)^{1+2k} [p]$ ..... 0.25
		لدينا $[p] \equiv n^2 + 1$ إذن : $kp - n^2 = 1$ ( $\exists k \in \mathbb{Z}$ ) وحسب مبرهنة بوزو ..... 0.5
		حسب مبرهنة فيرما وكون : $p - 1 = 2 + 4k$ ..... 0.75
		د- من الأسئلة السابقة نستنتج أن : $[p] \equiv -1 [p]$ و $1 \equiv -1 [p]$ عدد أولي فردي و هذا تناقض ..... 0.5
		التمرين الرابع (6.25 نقط)
		عناصر الإجابة
		$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ..... 0.5
		2) $f$ تزايدية على المجال $\left[0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ و تناقصية على المجال $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right]$ ..... 0.5 جدول تغيرات $f$ ..... 0.25
		3) معادلة نصف المماس ..... 0.25 إنشاء $(C)$ ..... 0.5
		4) نحصل على $a = 2\left(\frac{e-1}{e}\right)$ ..... 0.25 مساحة الحيز المستوي هي : $8\left(\frac{e-1}{e}\right)cm^2$ ..... 0.25
		1-II أ- ..... 0.25
		ب- لدينا : $0 < x^n e^{-x^2} < x^n e^{-x}$ ( $\forall x > 1$ ) و نحصل على $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = 0$ ..... 0.25
		2) $f_n$ تزايدية على المجال $\left[0, \sqrt{\frac{n}{2}}\right]$ و تناقصية على المجال $\left[\sqrt{\frac{n}{2}}, +\infty\right]$ ..... 0.5 جدول تغيرات $f_n$ ..... 0.25
		3) لدينا : $f_n(0) = 0 < 1$ و $f_n(1) = \frac{4}{e} > 1$ و $f_n$ متصلة و رتيبة قطعا على المجال $[0, 1]$ ..... 0.5
		4) أ- لدينا : $f_{n+1}(u_n) = 4u_n^{n+1} e^{-u_n^2} = u_n$ ..... 0.25
		ب- لدينا : $f_{n+1}(u_n) = u_n < 1 = f_{n+1}(u_{n+1})$ و $f_{n+1}$ و $f_n$ تزايدية قطعا على المجال $[0, 1]$ إذن المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعا ..... 0.5

الصفحة 3 3	NR25	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا-الدورة العادية 2010 -عناصر الإجابة- مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)
		المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعا و مكبورة بالعدد 1 إذن متقاربة .....0.25
	أ-	لدينا : $0 \leq \ell \leq 1$ و $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعا إذن $u_n > u_2 > 0$ $(\forall n > 2)$ .....0.25
	ب-	لدينا : $f_n(u_n) = 1$ تكافئ $\ln(4) + n \ln(u_n) = u_n^2$ وبما أن : $0 < u_n < 1$ .....0.25
	ج-	لدينا : $(\forall n \geq 2) \quad -\frac{\ln(4)}{n} < \ln(u_n) < \frac{1}{n} - \frac{\ln(4)}{n}$ والدالة $x \rightarrow \ln(x)$ متصلة على $]0,1[$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ عندما توول $n$ إلى $+\infty$ نحصل على $\ln(\ell) = 0$ .....0.5 و تقبل أية طريقة صحيحة أخرى
		عناصر الإجابة
		التمرين الخامس (3.75 نقط)
	1	الدالة $F$ فردية .....0.25
	أ-2	.....0.25
	ب-	الدالة $\varphi$ دالة أصلية للدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ على المجال $]0, +\infty[$ أو الدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ متصلة على المجال $]0, +\infty[$ والدالتين $v: x \rightarrow x$ و $u: x \rightarrow 2x$ قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}_+$ و $u(\mathbb{R}_+) = \mathbb{R}_+$ و $v(\mathbb{R}_+) = \mathbb{R}_+$ .....0.25 و تقبل أية طريقة صحيحة أخرى لدينا $F'(x) = \frac{2}{\ln(1+4x^2)} - \frac{1}{\ln(1+x^2)}$ .....0.25
	ج-	الدالة تناقصية قطعا على المجال $]0, \sqrt{2}[$ و تزايدية قطعا على المجال $[\sqrt{2}, +\infty[$ .....0.5
	أ-3	لدينا : $F(x) = \varphi(2x) - \varphi(x)$ $(\forall x > 0)$ حيث $\varphi$ دالة أصلية للدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ على المجال $]0, +\infty[$ ثم نطبق مبرهنة التزايدات المنتهية .....0.5
	ب-	الدالة $t \rightarrow \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ تناقصية قطعا على $[x, 2x]$ .....0.5
	ج-	نجد : $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x} = 0$ و تمنح 0.25 لكل نهاية
	د-	تمنح 0.25 لكل متفاوتة لدينا $F(x) < x$ $(\forall x > \sqrt{e-1})$ و $F(x) > x$ $(\forall x < \frac{\sqrt{e-1}}{2})$ و يوجد عدد وحيد $\alpha$ من المجال $]\frac{\sqrt{e-1}}{2}, \sqrt{e-1}[$ بحيث $F(\alpha) = \alpha$ .....0.25