

الصفحة	1
4	
**	

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2020
- عناصر الإجابة -

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

NR 25

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة بالفرنسية)	الشعبة أو المسلك

N.B : Si un candidat traite les deux exercices qui sont au choix (totalement ou partiellement) on lui attribue la meilleure note obtenue parmi les deux notes (et non pas la somme des deux notes).

EXERCICE1	Eléments de réponses		Barème
1-	a)	Si d est un diviseur commun positif à x et 13 alors c 'est un diviseur commun à 13 et 5 donc $d = 1$	0.5
	b)	13 est premier et 13 et x sont premier entre eux , et on applique le théorème de FERMAT	0.5
	c)	On a : $7x^3 \equiv 5 \pmod{13}$ et donc $x^3 \equiv 2^{-1} \cdot 5 \pmod{13}$ car : $2^{-1} \equiv 7 \pmod{13}$	1
	d)	On a $x^3 \equiv 10 \pmod{13}$ donc $(x^3)^4 \equiv 10^4 \pmod{13}$ donc $x^{12} \equiv 3 \pmod{13}$	0.5
2-		Si $(x, y) \in \phi' \setminus \phi$ est solution de (E) alors d'après la question 1- on a $x^{12} \equiv 1 \pmod{13}$ et $x^{12} \equiv 3 \pmod{13}$ donc $3 \equiv 1 \pmod{13}$ ce qui est absurde	1

EXERCICE2	Eléments de réponses		Barème
1-	a)	Stabilité de E dans $(M_2(i), ')$	0.5
	b)	La non commutativité de la multiplication dans E	0.5
	c)	Vérification	0.5
2-		$(E, ')$ est un groupe non commutatif	0.5
3-	a)	j est un morphisme	0.5
	b)	j est un morphisme et $j(i^*) = F$ et $(i^*, ')$ est un groupe commutatif.....0.5	1
		Son élément neutre est $j(1) = I$0.5	

EXERCICE3	Eléments de réponses	Barème
Première partie :		
1-	$(E) \hat{U} (z- m)(z^2 - mz + m^2) = 0$ Les solutions de l'équation (E) sont : $m \text{ et } \frac{1+i\sqrt{3}}{2}m = e^{i\frac{p}{3}}m \text{ et } \frac{1-i\sqrt{3}}{2}m = e^{-i\frac{p}{3}}m$	0.5
2-	a) On vérifie que $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} = \frac{m}{m^2}$	0.25
	b) On trouve $z_1 = i\sqrt{3}$ et $z_2 = \sqrt{3} \frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{1}{2}$	0.5
Deuxième partie :		
1-	Les points O , A et B ne sont pas alignés	0.25
2-	a) Calcul de p0.5	1
	Calcul de r0.5	
	b) Calcul de q	0.5
3-	On a $\frac{p-r}{q} = i$ on déduit que : $OQ = PR$0.25	0.5
	et $(OQ) \wedge (PR)$0.25	

EXERCICE4	Eléments de réponses	Barème
Première partie :		
1-	$(x > 0) (\$_{c_x}]x; x+1[) ; \ln(x+1) - \ln x = \frac{1}{c_x}$0.25 L'encadrement : $\frac{1}{x+1} < \ln \frac{x+1}{x} + \frac{1}{x} < \frac{1}{x}$ 0.25	0.5
2-	a) On a : $\frac{x^2}{1+x} < \frac{f(x)}{x} < x$ donc $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$ et donc f est dérivable à droite en 0	0.5
	b) On a : $\frac{x^2}{1+x} < \frac{f(x)}{x}$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (C)admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées	0.5
3-	a) f dérivable sur $]0; +\infty[$0.25	0.75
	Calcul de $f'(x)$0.5	

		On a : $\ln_{\frac{1}{3}} \left(1 + \frac{1}{x} \right) > \ln_{\frac{1}{3}} \left(1 + \frac{1}{x} \right) > 0$ donc $f'(x) > 0$ et donc la f est strictement croissante	0.5
	c)	Le tableau de variations f	0.25
4-		Calcul de $g'(x)$ 0.5	
	a)	On a : $\ln_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x} \right) > \ln_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x} \right) > 0$ donc $g'(x) > 0$ et donc g est strictement croissante0.25	0.75
	b)	g est une bijection de $]0; +\infty[$ vers $]0; +\infty[$ et $\hat{1}]0; +\infty[$...0.25 Ou utiliser le T.V.I pour l'existence et la stricte monotonie pour l'unicité On vérifie que $g(1) < 1 < g(2)$0.25	0.5
	c)	les solutions de l'équation : $f(x) = x \hat{U} x = 0$ ou $g(x) = 1$	0.5
5-	a)	La représentation de (C)	0.5
	b)	f bijection	0.25
Deuxième partie :			
1-		Réurrence et croissance de f^{-1} et le fait que $f^{-1}(0) = 0$ et $f^{-1}(a) = a$	0.5
2-	a)	$g(]0; a]) =]0; 1[$	0.5
	b)	Pour $0 < x < a$, on a $0 < g(x) < 1$ Puisque $0 < u_n < a$,alors $0 < f(u_n) < u_n$ donc $0 < u_n < f^{-1}(u_n) = u_{n+1}$ donc.....	0.5
	c)	suite croissante et majorée	0.25
3-		Si on pose : $l = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ alors on a $0 < u_0 \leq l \leq a$ car $(n^3 - 1) ; 0 < u_0 \leq u_n < a$ et puisque f^{-1} est continue sur $[0; a]$ (en particulier en l) alors l est solution de l'équation $f^{-1}(x) = x$ et donc $l = a$	0.5
Troisième partie :			
1-	a)	f est positive donc si $0 \leq x \leq 1$ on a $F(x)^3 \geq 0$ et si $x^3 \geq 1$ on a $F(x) \leq 0$	0.5
	b)	F est dérivable sur I car f est continue sur I0.25	0.5

		$\text{et} ("x \hat{I} I) ; F'(x) = - f(x) \dots\dots\dots 0.25$	
	c)	$("x \hat{I} I) ; F'(x) = - f(x) \neq 0 \text{ et } F'(x) = 0 \hat{U} x = 0$	0.25
2-	a)	On a " $x^3 - 1 ; f(x) = \ln 2$ donc $\int_0^x f(t) dt = (x-1) \ln 2$	0.5
	b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = - \infty$	0.25
3-	a)	Intégration par parties	0.5
	b)	$\int_0^1 \frac{t^3}{t+1} dt = \frac{5}{6} - \ln 2 - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + \ln(1+x)$	0.5
	c)	Calcul de $F(x)$	0.5
		On a $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = \frac{5}{24} \dots\dots\dots 0.25$	
	d)	F étant continue à droite en 0 (puisque continue sur I), donc $\int_0^1 f(t) dt = F(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = \frac{5}{24} \dots\dots\dots 0.25$	0.5
4-	a)	- Appliquer le théorème ou l'inégalité des accroissements finis à la fonction F sur $[\frac{k}{2n}, \frac{k+1}{2n}]$ Avec $x \in [\frac{k}{2n}, \frac{k+1}{2n}] ; f(\frac{k}{2n}) \leq f(x) \leq f(\frac{k+1}{2n})$	0.5
	b)	On remarque que : $\frac{2k+1}{2n} < \frac{k+1}{n}$	0.5
	c)	$\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{k=n-1} f(\frac{k}{2n})$ et $\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{k=n-1} f(\frac{k+1}{2n}) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} f(\frac{k}{2n})$ sont les Sommes de Riemann associées à la fonction f continue sur le segment $[0,1]$ donc les deux suites $\sum_{k=0}^{k=n-1} \frac{1}{n} f(\frac{k}{2n})$ et $\sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{n} f(\frac{k}{2n})$ sont convergentes et ont même limite qui est $F(0) = \int_0^1 f(x) dx = \frac{5}{24}$ donc la suite (v_n) est convergente et a pour limite $-\frac{1}{2} F(0) = -\frac{5}{48}$	0.25