



الصفحة

1

1

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2012  
الموضوع

المملكة المغربية



وزارة التربية الوطنية  
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

4	المعامل	RS26	الرياضيات	المادة
2	مدة الإنجاز	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي		الشعبة أو المسلك

**التمرين الأول (نقطتان ونصف)**

1. تحقق أن الدالة  $F$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بحيث  $F(x) = x \ln x - x$  هي دالة أصلية للدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بحيث  $f(x) = \ln x$ . 0.5
2. استنتج حساب التكامل:  $\int_1^e \ln x dx$ . 0.5
3. باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب التكامل:  $\int_1^e (\ln x)^2 dx$ . 1.5

**التمرين الثاني (أربع نقط ونصف)**

- نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بما يلي: 
$$u_0 = 0$$

$$u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}, n \in \mathbb{N}$$
1. بين بالترجع أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_n < 1$ . 0.5
2. أ. بين أن  $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)^2}{2 - u_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ . 0.5  
 ب. استنتج أن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية تزايدية و أنها متقاربة. 0.75
3. نضع:  $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n - 1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ . 0.5
- أ. احسب  $v_{n+1} - v_n$  ثم استنتج أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية حسابية أساسها  $r=1$ . 1
- ب. بين أن  $u_n = \frac{v_n - 2}{v_n - 1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ . 0.5
- ج. احسب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن:  $u_n = \frac{n}{n+1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ . 0.75
- د. استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ . 0.5

**التمرين الثالث (تسع نقط)**

- نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = 3e^{2x} - 4e^x + 1$ . وليكن  $(C)$  تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .
1. احسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 0.75
2. تحقق أن:  $f(x) = e^x \left( 3e^x - 4 + \frac{1}{e^x} \right)$  ( $\forall x \in \mathbb{R}$ ) واحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 1.5
3. أ. بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $f'(x) = 2e^x(3e^x - 2)$ . 0.5
- ب. ادرس إشارة  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}$  وتحقق أن  $f\left(\ln \frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{3}$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$ . 1.25
4. أ. تحقق أن:  $(3e^x - 1)(e^x - 1) = f(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ . 0.5
- ب. استنتج أن المنحنى  $(C)$  يقطع محور الأفاصيل في النقطة  $O$  وفي النقطة  $I(-\ln 3; 0)$ . 1

ج . بين أن :  $f''(x) = 4e^x(3e^x - 1)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  وادرس إشارة  $f''(x)$  ثم استنتج أن  $I$  نقطة انعطاف المنحنى  $(C)$ . 1.25

د . احسب  $f'(0)$  و  $f'(-\ln 3)$  وأنشئ النقطتين  $I$  و  $B\left(\ln \frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$  ومماسات  $(C)$  في النقط  $O$  و  $I$  و  $B$  على التوالي ثم أنشئ المنحنى  $(C)$  (نأخذ :  $\|i\| = \|j\| = 2cm$  و  $\ln 2 \approx 0,7$  و  $\ln 3 \approx 1,1$ ). 2.25

### التمرين الرابع (أربع نقط)

#### ملحوظة : تعطى جميع النتائج على شكل كسر.

يحتوي كيس على اثنتي عشرة كرة غير قابلة للتمييز باللمس، خمس منها حمراء وأربع بيضاء وثلاث خضراء. نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الكيس في آن واحد.

1 . نعتبر الحدثين  $A$  و  $B$  التاليين :

$A$  : " الكرات المسحوبة كلها من نفس اللون "

$B$  : " توجد كرة واحدة خضراء على الأقل ضمن السحبة " .

أ . بين أن احتمال الحدث  $A$  هو  $p(A) = \frac{3}{44}$ . 0.5

ب . احسب  $p(\bar{B})$  (  $\bar{B}$  هو الحدث المضاد للحدث  $B$  ) ثم استنتج  $p(B)$ . 1.25

2 . ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الخضراء المسحوبة.

أ . تحقق أن القيم التي يأخذها  $X$  هي 0 و 1 و 2 و 3 . 0.25

ب . حدد قانون احتمال  $X$ . 2



الصفحة

1

1

# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

## الدورة الاستدراكية 2012

### عناصر الإجابة

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية  
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

4	المعامل	RR26	الرياضيات	المادة
2	مدة الإنجاز	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي		الشعبة أو المسلك

## التمرين الأول (نقطتان ونصف)

السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الفرعية	المجموع	ملاحظات
1.	التحقق من أن : $F'(x) = f(x)$ لكل $x$ من $\mathbb{R}_+$	0.5	0.5	
2.	$\int_1^e \ln x \, dx = [F(x)]_1^e = 1$	0.5	0.5	
3.	الطريقة	1		
	النتيجة : $\int_1^e (\ln x)^2 \, dx = e - 2$	0.5	1.5	

## التمرين الثاني (أربع نقط ونصف)

السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الفرعية	المجموع	ملاحظات
1.		0.5	0,5	يقبل من المترشح عدم الإشارة إلى أن : $2 - u_n > 0$
2. أ.		0.5	0,5	
2. ب.	إثبات التزايدية	0,5		يقبل عدم الإشارة إلى : $2 - u_n > 0$ إذا سبقت الإشارة إليها في السؤال 1.
	إثبات التقارب	0,25	0,75	
3. أ.	إثبات أن $v_{n+1} - v_n = 1$	0,75		
	الاستنتاج	0,25	1	
3. ب.		0.5	0.5	
3. ج.	$v_n = v_0 + nr$	0.25		تمنح النقطة 0.5 في حالة ما إذا أعطى المترشح النتيجة مباشرة $v_n = n + 2$
	$v_n = n + 2$	0.25		
	إثبات أن : $u_n = \frac{n}{n+1}$	0.25	0.75	
3. د.	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$	0.5	0.5	تعتبر النتيجة مقبولة دونما برهان إذا كانت صحيحة

## التمرين الثالث (تسع نقط)

السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الفرعية	المجموع	ملاحظات
1.	التعليل	0.25		تمنح النقطة 0.25 في حالة لم يقدم المترشح تعليلا لحساب النهاية الصحيحة
	النتيجة $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$	0.25		
	الاستنتاج : $(C)$ يقبل مقاربا أفقيا معادلته $y = 1$	0.25	0.75	

		0.25	التحقق	. 2
تمنح النقطة 0.25 في حالة لم يقدم المترشح تعليلا لحساب النهاية الصحيحة		0.25	النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	
		0.25	تعلييل النتيجة	
تمنح النقطة 0.25 في حالة لم يقدم المترشح تعليلا لحساب النهاية الصحيحة		0.25	النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$	
		0.25	التعلييل	
	1.5	0.25	التأويل الهندسي	
	0.5	0.5	إثبات أن : ..... $f'(x) =$	. 3 أ .
		0.75	دراسة إشارة $f'(x)$	. 3 ب .
	1.25	0.25	وضع جدول التغيرات $f$	
	0.5	0.5	$f(x) = (3e^x - 1)(e^x - 1)$	. 4 أ .
	1	2×0.5	نقطتا التقاطع هما $O$ و $I(-\ln 3; 0)$	. 4 ب .
		0.5	إثبات أن : ..... $f''(x) =$	. 4 ج .
		0.5	دراسة إشارة $f''(x)$	
	1.25	0.25	استنتاج نقطة الانعطاف	
		2×0.25	حساب $f'(-\ln 3)$ و $f'(0)$	. 4 د .
		0.25	إنشاء المقارب ذي المعادلة $y = 1$	
		2×0.25	إنشاء $I(-\ln 3; 0)$ و $B\left(\ln \frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$	
		0.25	إنشاء مماس $(C)$ في $O$	
		0.25	إنشاء المماس الأفقي في $B$	
		0.25	إنشاء المماس في $I$	
	2.25	0.25	إنشاء المنحنى	

التمرين الرابع (أربع نقط)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الفرعية	المجموع	ملاحظات
. 1 أ .	$p(A) = \frac{C_5^3 + C_4^3 + C_3^3}{C_{12}^3}$	0.5	0.5	تقبل كل طريقة صحيحة
. 1 ب .	$p(\bar{B}) = \frac{C_9^3}{C_{12}^3}$	0.5		
	$p(\bar{B}) = \frac{84}{220} = \frac{21}{55}$	0.25		
	$p(B) = 1 - p(\bar{B})$	0.25		
	$p(B) = \frac{34}{55}$	0.25	1.25	تقبل كل طريقة صحيحة
. 2 أ .	التحقق	0.25	0.25	

تقبل كل طريقة صحيحة	2	0.25	$p(X=0) = p(\bar{B})$	2 . ب .
		0.25	$p(X=0) = \frac{84}{220}$	
		0.25	$p(X=1) = \frac{C_9^2 C_3^1}{220}$	
		0.25	$p(X=1) = \frac{108}{220}$	
		0.25	$p(X=2) = \frac{C_3^2 C_9^1}{220}$	
		0.25	$p(X=2) = \frac{27}{220}$	
		0.25	$p(X=3) = \frac{C_3^3}{220}$	
		0.25	$p(X=3) = \frac{1}{220}$	