

الصفحة 1 6	<p>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2017 - الموضوع -</p>	<p>المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي</p> <p>المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه</p>
★★	NS 26	

2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي (باللغتين العربية والفرنسية)	الشعبة أو المسلك

Instructions au candidat(e)

Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.

تعليمات للمترشح(ة)

هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها

Le document que vous avez entre les mains est de 5 pages :la première est réservée aux recommandations, les pages 2 et 3 sont réservées au sujet en langue arabe et les pages 4 et 5 au sujet en langue française. Choisissez une des deux langues pour répondre aux questions.

الوثيقة التي بين يديك من 5 صفحات:الأولى منها خاصة بالتوجيهات، والصفحتان 2 و3 للموضوع باللغة العربية،والصفحتان 4 و5 لنفس الموضوع باللغة الفرنسية.اختر إحدى اللغتين للإجابة على الأسئلة.

<ul style="list-style-type: none"> • Il vous est suggéré de répondre aux questions du sujet avec précision et soin ; 	<ul style="list-style-type: none"> • يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
<ul style="list-style-type: none"> • Il vous est autorisé d'utiliser la calculatrice scientifique non programmable ; 	<ul style="list-style-type: none"> • يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
<ul style="list-style-type: none"> • <u>Vous devez justifier les résultats</u> (Par exemple : lors du calcul des limites , lors du calcul des probabilités , ...); 	<ul style="list-style-type: none"> • ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...);
<ul style="list-style-type: none"> • Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez , mais veuillez numéroter les exercices et les questions tels qu'ils le sont dans le sujet; 	<ul style="list-style-type: none"> • يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره (تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛
<ul style="list-style-type: none"> • Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible; 	<ul style="list-style-type: none"> • ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
<ul style="list-style-type: none"> • Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction; 	<ul style="list-style-type: none"> • يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛
<ul style="list-style-type: none"> • L'écriture au stylo rouge est à éviter; 	<ul style="list-style-type: none"> • يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
<ul style="list-style-type: none"> • Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen. 	<ul style="list-style-type: none"> • تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

التمرين الأول: (4.5 نقطة)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5}$ لكل n من \mathbb{N}

0.5 1.أ. احسب u_1 و u_2

0.75 1.ب. بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n > \frac{1}{2}$

0.5 1.ج. تحقق أن لكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5} \left(\frac{1}{2} - u_n \right)$

0.5 1.د. استنتج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية وأنها متقاربة.

2. نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = u_n - \frac{1}{2}$

0.25 1.أ. بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددًا أساسها.

0.25 2.ب. احسب حدها الأول v_0

0.75 2.ج. احسب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n = \frac{1}{2} \left(11 \left(\frac{1}{5} \right)^n + 1 \right)$ لكل n من \mathbb{N}

0.25 2.د. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3. نضع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$

0.75 بين أن : $S_n = \frac{55}{8} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right) + \frac{n}{2}$

التمرين الثاني: (4 نقط)

يحتوي كيس على تسع كرات غير قابلة للتمييز باللمس تحمل على التوالي الأعداد: 0؛ 0؛ 1؛ 1؛ 1؛ 1؛ 2؛ 2؛ 2؛ 2. نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .

0.75 1. بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 36

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان.

0.75 2.أ. بين أن $p(X=2) = \frac{12}{36}$

2.ب. أنقل الجدول جانبه على ورقة تحريرك ثم أتمم ملاء معللا جوابك.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$			$\frac{12}{36}$		

0.5 2.ج. احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

التمرين الثالث: (8.5 نقطة)

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 2 - \frac{2}{x} + \ln x$

1.5 1. احسب $g'(x)$ واستنتج أن g تزايدية على $]0; +\infty[$

1.25 1.أ. احسب $g(1)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند 0 و $+\infty$ غير مطلوب)

1 2.ب. استنتج إشارة الدالة g على كل من المجالين: $]0; 1[$ و $]1; +\infty[$

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x - 1 + (x - 2)\ln x$

1. بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ 0.75

2. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 0.75

3.أ. بين أن لكل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ 0.75

3.ب. احسب $f(1)$ و $f(2)$ و $f\left(\frac{1}{e}\right)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0; +\infty[$ 1.5

3.ج. باستعمال جدول التغيرات حدد صورة المجال $\left[\frac{1}{e}; 2\right]$ بالدالة f 1

التمرين الرابع: (3 نقط)

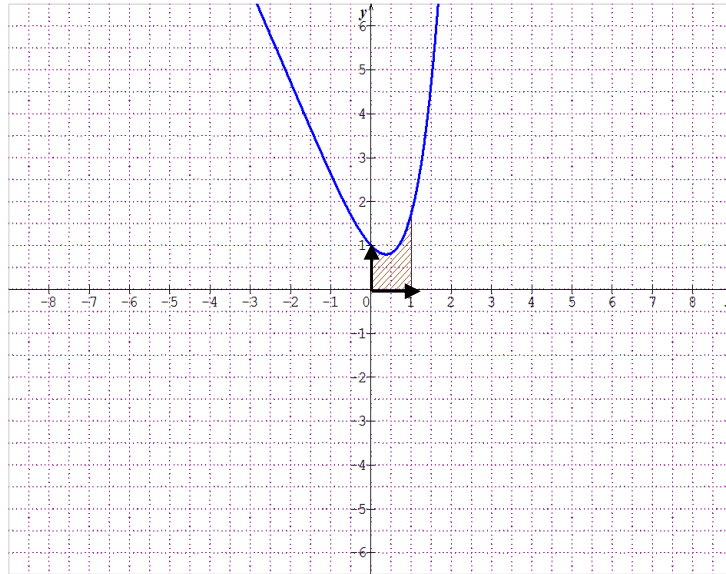
المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR بما يلي : $h(x) = xe^x - 2x + 1$

1. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 xe^x dx = 1$ 1.5

2. في الشكل أسفله (C_h) هو التمثيل المبياني للدالة h في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

احسب مساحة الحيز المخدش. 1.5



Exercice n°1:(4.5pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par: $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5}$ pour tout n de \mathbb{N}

0.5 1.a. Calculer u_1 et u_2

0.75 1.b. Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n > \frac{1}{2}$

0.5 1.c. Vérifier que pour tout n de \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5} \left(\frac{1}{2} - u_n \right)$

0.5 1.d. En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante et qu'elle est convergente.

2. On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = u_n - \frac{1}{2}$

0.25 2.a. Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique en précisant sa raison.

0.25 2.b. Calculer son premier terme v_0

0.75 2.c. Calculer v_n en fonction de n et en déduire que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = \frac{1}{2} \left(11 \left(\frac{1}{5} \right)^n + 1 \right)$

0.25 2.d. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3. On pose $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$

0.75 Montrer que $S_n = \frac{55}{8} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right) + \frac{n}{2}$

Exercice n°2 :(4pts)

Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher portant respectivement les nombres : 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2

On tire simultanément au hasard deux boules du sac.

0.75 1. Montrer que le nombre de cas possibles est 36

2. Soit X la variable aléatoire qui correspond à la somme des deux nombres portés par les deux boules tirées.

0.75 2.a. Montrer que $p(X=2) = \frac{12}{36}$

2.b. Copier le tableau ci - contre et le compléter en justifiant la réponse.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$			$\frac{12}{36}$		

2

0.5 2.c. Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X

Exercice n°3 :(8.5pts)**Partie I**

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par

$$g(x) = 2 - \frac{2}{x} + \ln x$$

- 1.5 1. Calculer $g'(x)$ et en déduire que g est croissante sur $]0; +\infty[$
- 1.25 2.a. Calculer $g(1)$ et dresser le tableau de variations de la fonction g (Le calcul des limites en 0 et en $+\infty$ n'est pas demandé)
- 1 2.b. En déduire le signe de g sur chacun des intervalles $]0; 1]$ et $[1; +\infty[$

Partie II

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 1 + (x - 2) \ln x$$

- 0.75 1. Montrer que : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$
- 0.75 2. Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- 0.75 3.a. Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 1.5 3.b. Calculer $f(1)$, $f(2)$ et $f\left(\frac{1}{e}\right)$ puis dresser le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$
- 1 3.c. En utilisant le tableau de variations déterminer l'image par f de l'intervalle $\left[\frac{1}{e}; 2\right]$

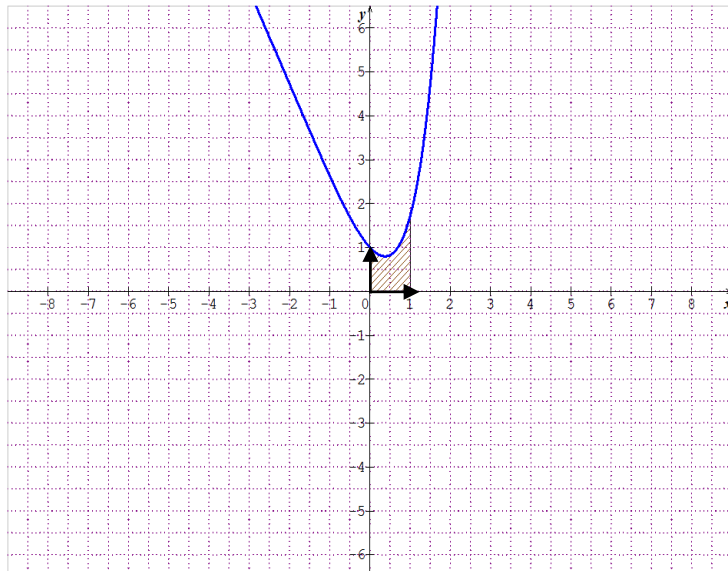
Exercice n°4 :(3pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par :

$$h(x) = xe^x - 2x + 1$$

- 1.5 1. En utilisant une intégration par parties montrer que : $\int_0^1 xe^x dx = 1$
2. Dans la figure ci-dessous (C_h) est la courbe représentative de h dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 1.5 Calculer l'aire de la partie hachurée



الثانية اقتصاد وتدبير

تصحيح الامتحان الوطني 2017

التمرين الأول : (4,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5}$ لكل n من \mathbb{N}	
1. أ- أحسب u_1 و u_2	0,5
ب- بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n > \frac{1}{2}$	0,75
ج- تحقق أن لكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5} \left(\frac{1}{2} - u_n \right)$	0,5
د- استنتج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية وأنها متقاربة	0,5
2. نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = u_n - \frac{1}{2}$	
أ- بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية محددًا أساسها	0,25
ب- أحسب حدها الأول v_0	0,25
ج- أحسب بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = \frac{1}{2} \left(11 \left(\frac{1}{5} \right)^n + 1 \right)$ لكل n من \mathbb{N}	0,75
د- أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$	0,25
3. نضع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$	
بين أن $S_n = \frac{55}{8} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right) + \frac{n}{2}$	0,75

التمرين الثاني : (4 ن)

يحتوي كيس على تسع كرات غير قابلة للتمييز باللمس تحمل على التوالي الأعداد : 2;2;2;1;1;1;1;0;0 نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس .	
1. بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 36	0,75
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان	
أ- بين أن $p(X = 0) = \frac{12}{36}$	0,75

x_i	0	1	2	3	4	ب- انقل الجدول جانبه على ورقة التحرير ثم أتمم ملأه معللا جوابك .	2
$p(X = x_i)$			$\frac{12}{36}$				

ج- أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

التمرين الثالث : (8,5 ن)

الجزء الأول :

$g(x) = 2 - \frac{2}{x} + \ln x$: بما يلي $]0, +\infty[$ المعرفة على x للمتغير الحقيقي	
1. أحسب $g'(x)$ و استنتج أن g تزايدية على $]0, +\infty[$	1,5
2. أ- أحسب $g(1)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند 0 و $+\infty$ غير مطلوب)	1,25
ب- استنتج إشارة الدالة g على كل من المجالين $]0,1[$ و $]1, +\infty[$	1

الجزء الثاني :

$f(x) = x - 1 + (x - 2)\ln x$: بما يلي $]0, +\infty[$ المعرفة على x للمتغير الحقيقي	
1. بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$	0,75
2. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	0,75
3. أ- بين أن لكل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = g(x)$	0,75
ب- أحسب $f(1)$ و $f(2)$ و $f\left(\frac{1}{e}\right)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0, +\infty[$	1,5
ج- باستعمال جدول التغيرات حدد صورة المجال $\left[\frac{1}{e}, 2\right]$ بالدالة f	1

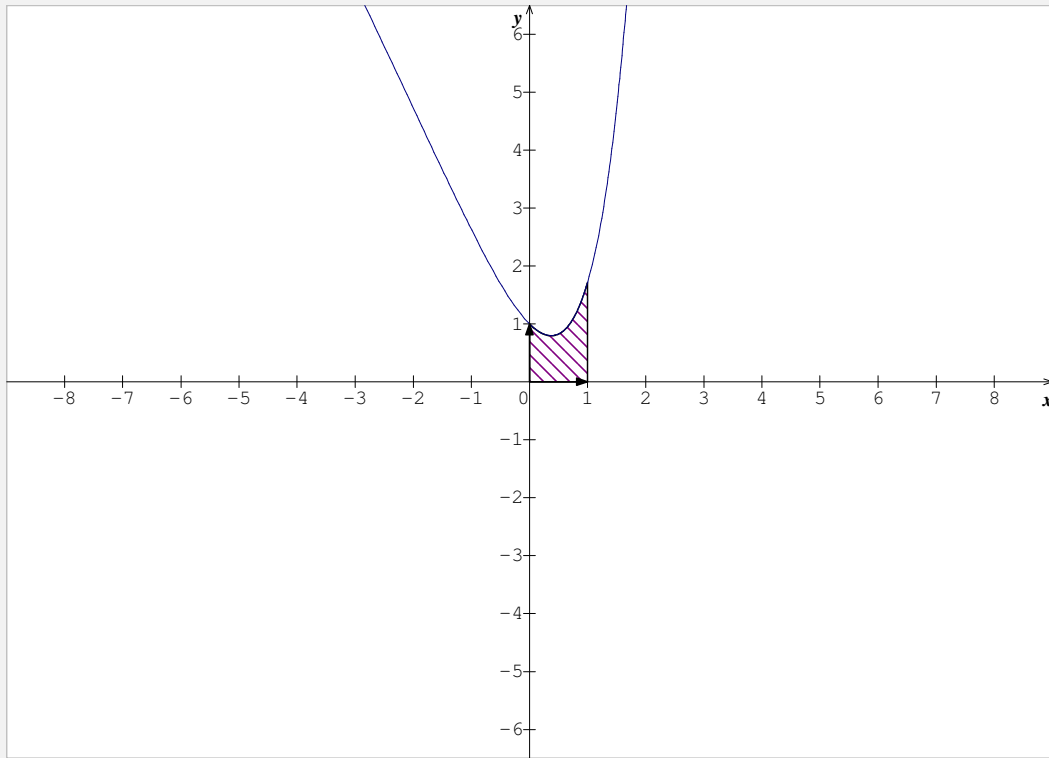
التمرين الرابع : (3 ن)

(O, \vec{i}, \vec{j}) المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم	
$h(x) = xe^x - 2x + 1$: بما يلي \mathbb{R} المعرفة على x للمتغير الحقيقي	
1. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 xe^x dx = 1$	1,5

2. في الشكل أسفله (C_h) هو التمثيل المبياني للدالة h في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j})

1,5

أحسب مساحة الحيز المخدش



تصحيح التمرين الأول

$$1. \text{ أ. } u_1 = \frac{1}{5}u_0 + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}(6) + \frac{2}{5} = \frac{6}{5} + \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$$

$$u_2 = \frac{1}{5}u_1 + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}\left(\frac{8}{5}\right) + \frac{2}{5} = \frac{8}{25} + \frac{10}{25} = \frac{18}{25}$$

-ب-

1. من أجل $n = 0$

لدينا : $u_0 = 6$

إذن : $u_0 > \frac{1}{2}$

2. ليكن $n \in \mathbb{N}$

• نفترض أن : $u_n > \frac{1}{2}$

• و نبين أن : $u_{n+1} > \frac{1}{2}$ ؟

لدينا حسب الافتراض $u_n > \frac{1}{2}$

إذن $\frac{1}{5}u_n > \frac{1}{10}$

إذن $\frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5} > \frac{1}{10} + \frac{2}{5}$

إذن : $u_{n+1} > \frac{1}{2}$

3. نستنتج أن : لكل n من \mathbb{N} : $u_n > \frac{1}{2}$

-ج- ليكن $n \in \mathbb{N}$:

$$\text{لدينا : } u_{n+1} - u_n = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5} - u_n = \left(\frac{1}{5} - 1\right)u_n + \frac{2}{5} = \frac{-4}{5}u_n + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}\left(\frac{1}{2} - u_n\right)$$

$$\text{إذن : لكل } n \text{ من } \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5}\left(\frac{1}{2} - u_n\right)$$

-د-

4. ليكن $n \in \mathbb{N}$:

لدينا : $u_n > \frac{1}{2}$

$$\text{إذن : } \frac{1}{2} - u_n < 0$$

$$\text{إذن : } \frac{4}{5} \left(\frac{1}{2} - u_n \right) < 0$$

إذن : لكل n من \mathbb{N} $u_{n+1} - u_n < 0$ و منه $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية تناقصية

5. بما أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية تناقصية و مصغرة (بالعدد $\frac{1}{2}$) فإن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة

2. أ- ليكن $n \in \mathbb{N}$:

$$\text{لدينا : } v_{n+1} = u_{n+1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} = \frac{1}{5}u_n - \frac{1}{10} = \frac{1}{5} \left(u_n - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{5}v_n$$

$$\text{إذن : } v_{n+1} = \frac{1}{5}v_n \quad \text{لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

و منه المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$

$$\text{ب- } v_0 = u_0 - \frac{1}{2} = 6 - \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$$

ج-

6. ليكن $n \in \mathbb{N}$:

$$\text{لدينا : } v_n = v_0 q^n$$

$$\text{إذن : لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \quad v_n = \frac{11}{2} \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^n$$

$$\text{7. لدينا : } v_n = u_n - \frac{1}{2}$$

$$\text{إذن : } u_n = v_n + \frac{1}{2}$$

$$\text{إذن : } u_n = \frac{11}{2} \left(\frac{1}{5} \right)^n + \frac{1}{2}$$

$$\text{و منه } u_n = \frac{1}{2} \left(11 \left(\frac{1}{5} \right)^n + 1 \right) \quad \text{لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

د- لدينا : $-1 < \frac{1}{5} < 1$

إذن : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = 0$

ومنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} \left(11 \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1 \right) = \frac{1}{2}$

و بالتالي : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{2}$

3. لنحسب : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$

لدينا : $u_n = v_n + \frac{1}{2}$

إذن $S_n = v_0 + \frac{1}{2} + v_1 + \frac{1}{2} + v_2 + \frac{1}{2} + \dots + v_{n-1} + \frac{1}{2}$

إذن : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1} + \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}}_{((n-1)-0+1)\text{fois}}$

إذن $S_n = v_0 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{(n-1)-0+1}}{1 - \left(\frac{1}{5}\right)} + \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}}_{((n-1)-0+1)\text{fois}}$

إذن : $S_n = \frac{11}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n}{\frac{4}{5}} + \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}}_{(n)\text{fois}}$

ومنه : $S_n = \frac{55}{8} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n \right) + \frac{n}{2}$

تصحيح التمرين الثاني

1. التجربة " سحب كرتين في آن واحد من الكيس "

ليكن Ω كون إمكانيات التجربة

$$\text{card } \Omega = C_9^2 = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36 \quad (\text{عدد حالات السحب الممكنة})$$

2. X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان
أ-

$$X = 2 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{0} \boxed{2} \\ \boxed{1} \boxed{1} \end{array} \right. \text{ أو}$$

$$p(X = 2) = \frac{C_2^1 \times C_3^1 + C_4^2}{36} = \frac{2 \times 3 + 6}{36} = \frac{12}{36}$$

ب-

$$X = 0 \rightarrow \boxed{0} \boxed{0} \quad .8$$

$$p(X = 0) = \frac{C_2^2}{36} = \frac{1}{36}$$

$$X = 1 \rightarrow \boxed{0} \boxed{1} \quad .9$$

$$p(X = 1) = \frac{C_2^1 \times C_4^1}{36} = \frac{2 \times 4}{36} = \frac{8}{36}$$

$$p(X = 2) = \frac{12}{36} \quad .10 \text{ (حسب نتيجة السؤال 2) أ-}$$

$$X = 3 \rightarrow \boxed{1} \boxed{2} \quad .11$$

$$p(X = 3) = \frac{C_4^1 \times C_3^1}{36} = \frac{4 \times 3}{36} = \frac{12}{36}$$

$$X = 4 \rightarrow \boxed{2} \boxed{2} \quad .12$$

$$p(X = 4) = \frac{C_3^2}{36} = \frac{3}{36}$$

قانون احتمال X

x_i	0	1	2	3	4
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{3}{36}$

ج- $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X :

$$E(X) = \left(0 \times \frac{1}{36}\right) + \left(1 \times \frac{8}{36}\right) + \left(2 \times \frac{12}{36}\right) + \left(3 \times \frac{12}{36}\right) + \left(4 \times \frac{3}{36}\right) = \frac{0+8+24+36+12}{36} = \frac{80}{36} = \frac{20}{9}$$

تصحيح التمرين الثالث

الجزء الأول :

1.

13. ليكن $x \in]0, +\infty[$:

$$g'(x) = \left(2 - \frac{2}{x} + \ln x\right)' = 0 - 2 \cdot \frac{-1}{x^2} + \frac{1}{x} \text{ : لدينا}$$

$$\text{إذن } g'(x) = \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} \text{ لكل } x \text{ من }]0, +\infty[$$

$$14. \text{ لدينا } x > 0 \text{ إذن } \frac{2}{x^2} > 0 \text{ و } \frac{1}{x} > 0 \text{ إذن } \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} > 0$$

إذن $g'(x) > 0$ لكل x من $]0, +\infty[$

و منه الدالة g تزايدية قطعاً على $]0, +\infty[$

أ. 2.

$$15. g(1) = 2 - \frac{2}{1} + \ln 1 = 2 - 2 + 0 = 0$$

16. جدول تغيرات الدالة g :

x	$0 \quad +\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	\nearrow

ب-

✓ على المجال $]0, 1]$: لدينا $0 < x \leq 1$ و الدالة g تزايدية

$$\text{إذن : } g(x) \leq g(1)$$

$$\text{و منه : } g(x) \leq 0$$

✓ على المجال $[1, +\infty[$: لدينا $x \geq 1$ و الدالة g تزايدية

$$\text{إذن : } g(x) \geq g(1)$$

$$\text{و منه : } g(x) \geq 0$$

الجزء الثاني :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x - 1 + (x - 2) \ln x = +\infty \quad .1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x - 1 = -1 \\ \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x - 2 = -2 \\ \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln x = -\infty \end{array} \right. \quad \text{لأن :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 + (x - 2) \ln x = +\infty \quad .2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 2 = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \end{array} \right. \quad \text{لأن :}$$

3. أ- ليكن $x \in]0, +\infty[$:

لدينا :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 + (x - 2)' \ln x + (x - 2) \cdot \ln'(x) \\ &= 1 + \ln x + \frac{x - 2}{x} \\ &= 1 + \ln x + 1 - \frac{2}{x} \\ &= \ln x + 2 - \frac{2}{x} \\ &= g(x) \end{aligned}$$

إذن : لكل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = g(x)$

-ب-

$$f(1) = 1 - 1 + (1 - 2) \ln 1 = 0 \quad \checkmark$$

$$f(2) = 2 - 1 + (2 - 2) \ln 2 = 1 \quad \checkmark$$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} - 1 + \left(\frac{1}{e} - 2\right) \ln\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} - 1 - \frac{1}{e} + 2 = 1 \quad \checkmark$$

$$f\left(\left[\frac{1}{e}, 2\right]\right) = [0, 1] \quad \text{ج}$$

(على المجال $\left[\frac{1}{e}, 2\right]$: القيمة الدنيا للـ f هي 0 و القيمة القصوى للـ f هي 1 و f منصلة على $\left[\frac{1}{e}, 2\right]$)

تصحيح التمرين الرابع

.1

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^x \end{cases} \quad \swarrow \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = e^x \end{cases} \quad \downarrow$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 x e^x dx &= [x e^x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx \\ &= [x e^x]_0^1 - [e^x]_0^1 \\ &= (e - 0) - (e - 1) \\ &= 1 \end{aligned}$$

.2

$$\begin{aligned} A &= \int_0^1 h(x) dx \cdot (UA) \\ &= \int_0^1 (x e^x - 2x + 1) dx \cdot (UA) \\ &= \left(\int_0^1 x e^x dx + \int_0^1 (-2x + 1) dx \right) \cdot (UA) \\ &= \left(1 + [-x^2 + x]_0^1 \right) \cdot (UA) \\ &= 1 \cdot (UA) \end{aligned}$$

つづく