

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2019
-الموضوع-



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

NS22

3	مدة الانجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
11 نقطة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	المسألة

ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .



التمرين الأول (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1, -1, -1)$ و $B(0, -2, 1)$ و $C(1, -2, 0)$

1 (أ) بين أن $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ 0.75

ب) استنتج أن $x + y + z + 1 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) 0.52) لتكن (S) الفلكة التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 1 = 0$ بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(2, -1, 1)$ و أن شعاعها هو $R = \sqrt{5}$ 0.753 (أ) أحسب $d(\Omega, (ABC))$ مسافة النقطة Ω عن المستوى (ABC) 0.5ب) استنتج أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) (تحديد مركز وشعاع (Γ) غير مطلوب) 0.5

التمرين الثاني (3 نقط):

1 (أ) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 2z + 4 = 0$ 0.75

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، نعتبر النقط A و B و C و D التي أحاقها

على التوالي هي: $a = 1 - i\sqrt{3}$ و $b = 2 + 2i$ و $c = \sqrt{3} + i$ و $d = -2 + 2\sqrt{3}$

أ) تحقق أن $a - d = -\sqrt{3}(c - d)$ 0.5

ب) استنتج أن النقط A و C و D مستقيمية. 0.253) ليكن z لحق نقطة M و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{-\pi}{3}$

تحقق أن $z' = \frac{1}{2}az$ 0.5

4) لتكن H صورة النقطة B بالدوران R ، و h لحقها، و P النقطة التي لحقها p حيث $p = a - c$

أ) تحقق أن $h = ip$ 0.5

ب) بين أن المثلث OHP قائم الزاوية و متساوي الساقين في O 0.5

التمرين الثالث (3 نقط):

يحتوي صندوق على عشر كرات: ثلاث كرات خضراء و ست كرات حمراء و كرة واحدة سوداء لا يمكن التمييز بينها باللمس.

نسحب عشوائيا و تأنيا ثلاث كرات من الصندوق.

نعتبر الأحداث التالية: A: "الحصول على ثلاث كرات خضراء"

و B: "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون"

و C: "الحصول على كرتين على الأقل من نفس اللون"

1) بين أن: $p(A) = \frac{1}{120}$ و $p(B) = \frac{7}{40}$ 2

2) أحسب $p(C)$ 1



المسألة (11 نقطة) :
الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{2} - \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا 0.5

(2) (أ) تحقق أن لكل x من المجال $]0, +\infty[$: $f(x) = x + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \ln x - 1\right) \ln x$ 0.25

(ب) استنتج أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 0.5

(ج) بين لكل x من المجال $]0, +\infty[$: $\frac{(\ln x)^2}{x} = 4 \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2$ ثم استنتج أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ 0.5

(د) بين أن المنحنى (C) يقبل فرعاً شلجيميا بجوار $+\infty$ اتجاهه المقارب المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ 0.75

(3) (أ) بين أن لكل x من $]0, 1[$: $(x-1) + \ln x \leq 0$ وأن لكل x من $[1, +\infty[$: $(x-1) + \ln x \geq 0$ 0.5

(ب) بين أن لكل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{x-1+\ln x}{x}$ 1

(ج) ضع جدول تغيرات الدالة f 0.5

(4) (أ) بين أن $f''(x) = \frac{2-\ln x}{x^2}$ لكل x من $]0, +\infty[$ 0.5

(ب) استنتج أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يتم تحديد زوج إحداثياتها 0.5

(5) (أ) بين أن لكل x من $]0, +\infty[$ ، $f(x) - x = \frac{1}{2}(\ln x - 1)^2$ ، واستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) 0.5

(ب) أنشئ (Δ) و (C) في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) 1

(6) (أ) بين أن الدالة $H : x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \ln x$ على المجال $]0, +\infty[$ 0.5

(ب) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$ 0.75

(ج) احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = e$ و $x = 1$ 0.5

الجزء الثاني :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N}

(1) (أ) بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} : $1 \leq u_n \leq e$ 0.5

(ب) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية 0.5

(ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة 0.5

(2) احسب نهاية المتتالية (u_n) 0.75



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2019
- عناصر الإجابة -



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

NR22

3	مدة الانجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

- تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل -

التمرين الأول (3 نقط)

0.75	أ	(1)
0.5	ب	
0.75 : 0.5 للمركز و 0.25 للشعاع		(2)
0.5	أ	(3)
0.5	ب	

التمرين الثاني (3 نقط)

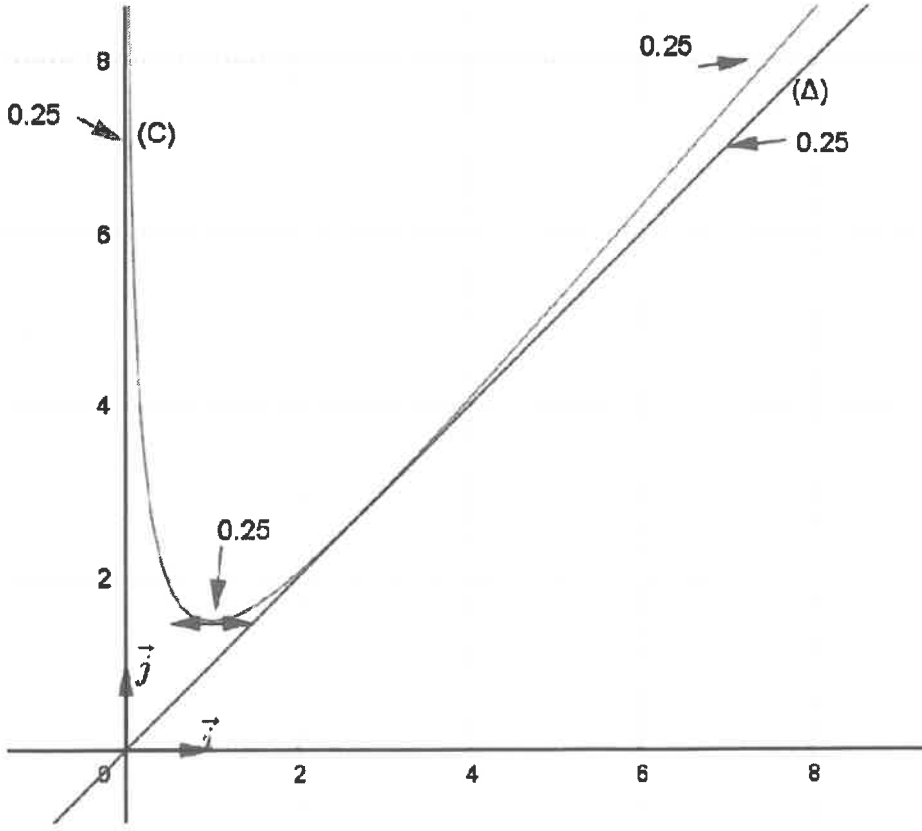
0.75 : 0.25 للمميز و 0.25 لكل حل		(1)
0.5	أ	(2)
0.25	ب	
0.5		(3)
0.5	أ	(4)
0.5	ب	

التمرين الثالث (3 نقط)

$p(A) = \frac{1}{120}$ و $p(B) = \frac{7}{40}$	1 : 2	(1)
$p(C) = \frac{17}{20}$	1	(2)



المسألة (11 نقطة)

		0.5 : 0.25 لحساب النهاية و 0.25 للتأويل	(1)
	أ	0.25	
	ب	0.5	
	ج	0.5 : 0.25 للمساوية و 0.25 للاستنتاج	(2)
	د	0.25 : 0.75 للنهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ و 0.25 للنهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ و 0.25 للاتجاه المقارب	
	أ	0.5 : 0.25 لكل متفاوتة	(3)
	ب	1	
	ج	0.5	
	أ	0.5	(4)
	ب	0.5	
	أ	0.5 : 0.25 للمساوية و 0.25 للاستنتاج	(5)
		1 : توزع وفق ما هو مبين في الشكل أسفله	
			الجزء الأول

0.5	أ	(6)	
0.75 : 0.25 لتقنية المكاملة بالأجزاء و 0.5 للحساب	ب		
0.5 : 0.25 لصيغة المساحة و 0.25 للحساب	ج		
0.5	أ	(1)	الجزء الثاني
0.5	ب		
0.5	ج		
0.75 : 0.5 للتحقق من شروط المبرهنة و 0.25 لحساب النهاية		(2)	