

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2019
-الموضوع-



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

RS22

3	مدة الانجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكتها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
11 نقطة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	المسألة



التمرين الأول (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1, 2, 2)$ و $B(3, -1, 6)$ و $C(1, 1, 3)$

1) أ) تحقق أن $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ 0.75

ب) استنتج أن $x - 2y - 2z + 7 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) 0.5

2) نعتبر النقطتين $E(5, 1, 4)$ و $F(-1, 1, 12)$ و (S) مجموعة النقط M التي تحقق $\overline{ME} \cdot \overline{MF} = 0$

بين أن المجموعة (S) فلكة مركزها هو النقطة $\Omega(2, 1, 8)$ و شعاعها $R = 5$ 0.75

3) أ) أحسب $d(\Omega, (ABC))$ مسافة النقطة Ω عن المستوى (ABC) 0.5

ب) استنتج أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها $r = 4$ 0.5

التمرين الثاني (3 نقط):

1) أ) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 3z + 3 = 0$ 0.75

ب) نضع $a = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، أكتب a على الشكل المثلثي 0.5

2) نعتبر العدد العقدي $b = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$ ، تحقق أن $b^2 = i$ 0.5

3) نضع $h = \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}$ ، بين أن $h^4 + 1 = a$ 0.5

4) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، نعتبر النقطة B التي لحقها b و R الدوران الذي

مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

أ) ليكن c لحق النقطة C صورة النقطة B بالدوران R ، بين أن $c = ib$ 0.5

ب) استنتج طبيعة المثلث OBC 0.25

التمرين الثالث (3 نقط):

يحتوي صندوق على كرة واحدة حمراء و كرتين بيضاوين و ثلاث كرات سوداء لا يمكن التمييز بينها باللمس نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال 3 كرات من الصندوق .

لتكن الأحداث التالية: A : "الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون"

و B : "لا توجد أي كرة بيضاء من بين الكرات المسحوبة"

و C : "توجد كرتان بيضاوان بالضبط من بين الكرات المسحوبة"

1) بين أن: $p(A) = \frac{1}{6}$ و $p(B) = \frac{8}{27}$ 2

2) أحسب $p(C)$ 1

المسألة (11 نقطة) :

الجزء الأول :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR^* كما يلي: $f(x) = 2 + 8\left(\frac{x-2}{x}\right)^2 e^{x-4}$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1cm)

(1) أ) تحقق أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ و أول النتيجة هندسيا 0.5

ب) تحقق أن $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ و أول النتيجة هندسيا 0.5

(2) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 0.5

ب) بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجيميا اتجاهه المقارب محور الأرتيب بجوار $+\infty$ 0.5

(3) أ) بين أن لكل x من IR^* ، $f'(x) = \frac{8(x-2)(x^2-2x+4)e^{x-4}}{x^3}$ 0.75

ب) تحقق أن لكل x من IR ، $x^2 - 2x + 4 > 0$ 0.25

ج) بين أن f تناقصية قطعاً على المجال $]0, 2]$ و تزايدية قطعاً على كل من المجالين $]-\infty, 0[$ و $[2, +\infty[$ 0.75

د) ضع جدول تغيرات الدالة f على IR^* 0.5

4) أنشئ المنحنى (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) 1

(5) أ) تحقق أن الدالة $H : x \mapsto \frac{1}{x} e^{x-4}$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \frac{x-1}{x^2} e^{x-4}$ على المجال $[2, 4]$ 0.5

ب) تحقق أن $f(x) = 2 + 8e^{x-4} - 32\frac{(x-1)}{x^2} e^{x-4}$ 0.25

ج) أحسب التكامل $\int_2^4 e^{x-4} dx$ 0.5

د) احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل والمستقيمين الذين معادلتاهما 0.75

$x = 4$ و $x = 2$

الجزء الثاني :

(1) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[2, 4]$ بما يلي: $g(x) = 8(x-2)e^{x-4} - x^2$

أ) أحسب $g(4)$ 0.25

ب) تحقق أن لكل x من المجال $[2, 4]$ ، $g(x) = -(x-4)^2 e^{x-4} + x^2(e^{x-4} - 1)$ 0.5

ج) تحقق أن لكل x من المجال $[2, 4]$: $e^{x-4} - 1 \leq 0$ ثم استنتج أن لكل x من المجال $[2, 4]$: $g(x) \leq 0$ 0.5

(2) أ) تحقق أن لكل x من المجال $[2, 4]$ ، $f(x) - x = \left(\frac{x-2}{x^2}\right)g(x)$ 0.5

ب) استنتج أن لكل x من المجال $[2, 4]$ ، $f(x) \leq x$ 0.25

(3) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من IN

أ) بين بالترجع أن لكل n من IN $2 \leq u_n \leq 4$ 0.5

ب) حدد رتبة المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة 0.5

ج) أحسب نهاية المتتالية (u_n) 0.75



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2019
- عناصر الإجابة -



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

RR22

3	مدة الانجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

- تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل -

التمرين الأول (3 نقط)

0.75	أ	(1)
0.5	ب	(1)
0.75 : 0.25	لطبيعة مجموعة النقط و 0.25 للمركز و 0.25 للشعاع	(2)
0.5	أ	(3)
0.5 : 0.25	لإثبات التقاطع وفق دائرة و 0.25 للشعاع	(3)

التمرين الثاني (3 نقط)

0.75 : 0.25	للمميز و 0.25 لكل حل	أ	(1)
0.5	ب	ب	(1)
0.5			(2)
0.5			(3)
0.5	أ		(4)
0.25	ب		(4)

التمرين الثالث (3 نقط)

2 : 1	لكل احتمال	(1)
1		(2)



المسألة (11 نقطة)

0.5 : 0.25 للتحقق و 0.25 للتأويل الهندسي	أ	(1)
0.5 : 0.25 للتحقق و 0.25 للتأويل الهندسي	ب	
0.5	أ	(2)
0.5 : 0.25 لحساب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ و 0.25 للفرع الشلجمي	ب	
0.75	أ	(3)
0.25	ب	
0.25 : 0.75 للرتابة على كل مجال من المجالات الثلاث	ج	
0.5	د	
1 : توزع وفق ما هو مبين في الشكل أسفله		
		(4)
		الجزء الأول

0.5	أ	(5)	
0.25	ب		
0.5	ج		
0.75 : 0.25 لصيغة المساحة و 0.5 للحساب	د		
0.25	أ	(1)	
0.5	ب		
0.5 : 0.25 و $e^{x-4} - 1 \leq 0$ و $g(x) \leq 0$	ج		
0.5	أ	(2)	الجزء الثاني
0.25	ب		
0.5	أ	(3)	
0.5 : 0.25 للرتابة و 0.25 للتقارب	ب		
0.75 : 0.5 للتحقق من شروط المبرهنة و 0.25 لحساب النهاية	ج		