



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2011  
الموضوع



الصفحة
1
3

7	المعامل	NS22	الرياضيات	المادة
3	مدة الإجابة	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعب (ة) أو المسلك

### معلومات عامة

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛

مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛

عدد الصفحات : 3 صفحات ( الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان )؛

يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛

ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛

بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

### معلومات خاصة

يتكون الموضوع من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

النقطة الممنوحة	المجال	التمرين
2.5	حل معادلات ومراجعات لوغاريتمية	التمرين الأول
3	المتتاليات العددية	التمرين الثاني
5	الأعداد العقدية	التمرين الثالث
9.5	دراسة دالة وحساب التكامل	التمرين الرابع

– بالنسبة للتمرين الأول ،  $\ln$  يرمز للوغاريتم النبيري .

## الموضوع

## التمرين الأول (2.5 ن)

- 1 أ - حل في  $IR$  المعادلة :  $x^2 + 4x - 5 = 0$  . 0.5
- ب - حل في المجال  $]0, +\infty[$  المعادلة :  $\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x)$  . 1
- 2 حل في المجال  $]0, +\infty[$  المتراجحة :  $\ln x + \ln(x + 1) \geq \ln(x^2 + 1)$  . 1

## التمرين الثاني (3 ن)

- نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{u_n}{5 + 8u_n}$  لكل  $n$  من  $IN$  .
- 1 بين بالترجع أن  $u_n > 0$  لكل  $n$  من  $IN$  . 0.5
- 2 نضع :  $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$  لكل  $n$  من  $IN$  .
- أ - بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها 5 ثم اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  . 1.5
- ب - بين أن  $u_n = \frac{1}{3 \times 5^n - 2}$  لكل  $n$  من  $IN$  ثم احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$  . 1

## التمرين الثالث (5 ن)

- 1 حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - 18z + 82 = 0$  . 1
- 2 نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي أحاقها على التوالي هي :  $a = 9 + i$  و  $b = 9 - i$  و  $c = 11 - i$  .
- أ - بين أن  $\frac{c-b}{a-b} = -i$  ثم استنتج أن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية ومتساوي الساقين في  $B$  . 1
- ب - أعط الشكل المثلثي للعدد العقدي  $4(1-i)$  . 0.5
- ج - بين أن  $(c-a)(c-b) = 4(1-i)$  ثم استنتج أن  $AC \times BC = 4\sqrt{2}$  . 1
- د - ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه النقطة  $B$  وزاويته  $\frac{3\pi}{2}$  . 1.5
- بين أن :  $z' = -iz + 10 + 8i$  ثم تحقق من أن لحق النقطة  $C'$  صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  هو  $9 - 3i$  .

## التمرين الرابع (9.5 ن)

- I - نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $IR$  بما يلي :  $g(x) = (1-x)e^x - 1$  .
- (1) أ - بين أن :  $g'(x) = -xe^x$  لكل  $x$  من  $IR$  . 0.5
- ب - بين أن الدالة  $g$  تناقصية على  $[0, +\infty[$  وتزايدية على  $]-\infty, 0]$  و تحقق من أن  $g(0) = 0$  . 0.75
- (2) استنتج أن :  $g(x) \leq 0$  لكل  $x$  من  $IR$  . 0.5
- II - لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $IR$  بما يلي :  $f(x) = (2-x)e^x - x$  .
- ولیکن (C) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة 1cm) .
- (1) أ - بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  . 0.5
- ب - بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجيميا بجوار  $+\infty$  يتم تحديد اتجاهه . 0.75
- (2) أ - بين أن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$  ( نذكر أن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$  ) . 0.75
- ب - بين أن المستقيم (D) الذي معادلته  $y = -x$  مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار  $-\infty$  . 0.25
- أ - بين أن :  $f'(x) = g(x)$  لكل  $x$  من  $IR$  . 0.5
- ب - أول هندسيا النتيجة  $f'(0) = 0$  . 0.25
- ج - بين أن الدالة  $f$  تناقصية قطعا على  $IR$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  . 0.5
- (4) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $IR$  وأن  $\frac{3}{2} < \alpha < 2$  ( نقبل أن  $e^{\frac{3}{2}} > 3$  ) . 0.5
- (5) أ - حل في  $IR$  المعادلة  $f(x) + x = 0$  واستنتج أن (C) و (D) يتقاطعان في النقطة  $A(2, -2)$  . 0.5
- ب - ادرس إشارة  $f(x) + x$  على  $IR$  . 0.25
- ج - استنتج أن (C) يوجد فوق (D) على  $]-\infty, 2[$  وتحت (D) على  $]2, +\infty[$  . 0.25
- (6) أ - بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثياتها هو  $(0, 2)$  . 0.5
- ب - أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C) في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . 1
- (7) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن  $\int_{-1}^0 (2-x)e^x dx = 3 - \frac{4}{e}$  . 1
- ب - استنتج ب  $cm^2$  مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتهما  $x = 0$  و  $x = -1$  . 0.25

# أجوبة امتحان الدورة العادية 2011

## التمرين الأول:

1 أ

نحل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $x^2 + 4x - 5 = 0$ .

لدينا:  $\Delta = 4^2 - 4(-5) = 16 + 20 = 36$

إذن: المعادلة تقبل حلين حقيقيين  $x_1$  و  $x_2$  معرفين بما يلي:

$$x_1 = \frac{-4 - 6}{2} = -5 \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-4 + 6}{2} = 1$$

1 ب

نحل في  $]0; +\infty[$  المعادلة:  $\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x)$

نستعمل قواعد الدالة  $\ln$  نجد:  $\ln(x^2 + 5) = \ln(2x(x + 2))$

يعني:  $\ln(x^2 + 5) = \ln(2x^2 + 4x)$

أي:  $e^{\ln(x^2 + 5)} = e^{\ln(2x^2 + 4x)}$

يعني:  $x^2 + 5 = 2x^2 + 4x$

ومنه:  $x^2 + 4x - 5 = 0$

وهذه المعادلة تقبل في  $\mathbb{R}$  الحلين  $-5$  و  $1$ .

بما أن:  $1 \in ]0; +\infty[$  و  $-5 \notin ]0; +\infty[$

فإن المعادلة:  $\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x)$  تقبل حلا وحيدا

في  $]0; +\infty[$  وهو  $1$ .

2

نحل في  $]0; +\infty[$  المتراجحة  $\ln x + \ln(x + 1) \geq \ln(x^2 + 1)$

هذه المتراجحة تصبح:  $\ln(x^2 + x) \geq \ln(x^2 + 1)$

بما أن الدالة  $\ln$  تقابل من  $\mathbb{R}_*^+$  نحو  $\mathbb{R}$  فإن المتراجحة تصبح:

$$x^2 + x \geq x^2 + 1$$

يعني:  $x \geq 1$

وبالتالي: مجموعة حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من

أو تساوي  $1$ . أو بتعبير آخر:  $\mathcal{S} = [1; +\infty[$

## التمرين الثاني:

1

نعتبر العبارة  $(P_n)$  المعرفة بما يلي:  $(P_n): (\forall n \in \mathbb{N}); u_n > 0$

لدينا:  $1 > 0$  إذن:  $u_0 = 1 > 0$

وهذا يعني أن العبارة  $(P_0)$  صحيحة.

نفترض أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n > 0$

إذن:  $(\forall n \in \mathbb{N}); 5 + 8u_n > 5 > 0$

وهذا يعني أن الكمييتين  $u_n$  و  $(5 + 8u_n)$  موجبتين قطعا.

إذن  $\frac{u_n}{5 + 8u_n}$  كمية موجبة قطعا.

أي:  $(\forall n \in \mathbb{N}); \frac{u_n}{5 + 8u_n} > 0$

يعني:  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} > 0$

إذن: العبارة  $(P_{n+1})$  صحيحة.

$\{(P_0) \text{ est vraie}$

حصلنا إذن على النتائج التالية:  $\{(P_n) \Rightarrow (P_{n+1}); (\forall n \in \mathbb{N})$

إذن حسب مبدأ التراجع:  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n > 0$

ليكن  $n$  عنصرا من  $\mathbb{N}$ . لدينا:  $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} + 2 = \frac{1}{\left(\frac{u_n}{5 + 8u_n}\right)} + 2 = \frac{5 + 8u_n}{u_n} + 2$$

$$= \frac{5 + 10u_n}{u_n} = \frac{5}{u_n} + 10 = 5\left(\frac{1}{u_n} + 2\right) = 5v_n$$

إذن:  $(\forall n \in \mathbb{N}); v_{n+1} = 5v_n$

وهذا يعني أن المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  هندسية و أساسها هو العدد  $5$ .

ومنه فإن الحد العام  $v_n$  لهذه المتتالية يكتب على الشكل:

$$v_n = v_0 5^{n-0} = \left(\frac{1}{u_0} + 2\right) 5^n = \left(\frac{1}{1} + 2\right) 5^n = 3 \times 5^n$$

إذن:  $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = 3 \times 5^n$

2 ب

نعلم أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \frac{1}{u_n} + 2$

إذن:  $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n - 2 = \frac{1}{u_n}$

يعني:  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \frac{1}{v_n - 2}$

إذن:  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \frac{1}{3 \times 5^n - 2}$

نلاحظ أن التعبير  $5^n$  عبارة عن متتالية هندسية أساسها  $5$  وهو عدد حقيقي أكبر من  $1$

إذن:  $\lim_{n \rightarrow \infty} 5^n = +\infty$

ومنه:  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3 \times 5^n - 2}\right) = \frac{1}{+\infty} = 0$

إذن:  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

## التمرين الثالث:

1

نحل في  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $z^2 - 18z + 82 = 0$

لدينا:  $\Delta = (-18)^2 - 4 \times 82 = -4 = (2i)^2$

إذن المعادلة تقبل حلين عقديين  $z_1$  و  $z_2$  معرفين بما يلي:

$$z_1 = \frac{18 - 2i}{2} = 9 - i \quad \text{و} \quad z_2 = \frac{18 + 2i}{2} = 9 + i$$

2 أ

$$\frac{c - b}{a - b} = \frac{(11 - i) - (9 - i)}{(9 + i) - (9 - i)} = \frac{2}{2i} = \frac{1}{i} = \frac{1 \times i}{i \times i} = -i$$

إذن:  $\frac{c - b}{a - b} = -i$

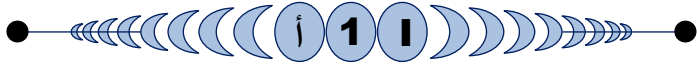
$$\left\{ \begin{array}{l} \arg\left(\frac{c - b}{a - b}\right) \equiv \arg(-i) [2\pi] \\ \left|\frac{c - b}{a - b}\right| = |-i| \end{array} \right.$$

ومن هذه الكتابة الأخيرة نحصل على:

$$\left\{ \begin{array}{l} \arg\left(\frac{c - b}{a - b}\right) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \\ \left|\frac{c - b}{a - b}\right| = 1 \end{array} \right.$$

يعني:

التمرين الرابع:



ليكن  $x$  عنصرا من  $\mathbb{R}$ . لدينا:  $g(x) = (1-x)e^x - 1$

إذن:  $g'(x) = -e^x + (1-x)e^x = -xe^x$

إذن:  $(\forall x \in \mathbb{R}); g'(x) = -xe^x$



إذا كان  $x \in [0, +\infty[$  فإن:  $-xe^x \leq 0$

ومنه:  $\forall x \in [0, +\infty[; g'(x) \leq 0$

وهذا يعني أن الدالة  $g$  تناقصية على  $[0, +\infty[$ .

إذا كان  $x \in ]-\infty; 0]$  فإن:  $-xe^x \geq 0$

ومنه:  $\forall x \in ]-\infty; 0]; g'(x) \geq 0$

وهذا يعني أن الدالة  $g$  تزايدية على  $] -\infty; 0]$ .

ولدينا:  $g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 0$



ليكن  $x$  عنصرا من  $\mathbb{R}$ . نفصل بين حالتين:

الحالة الأولى: إذا كان:  $x \geq 0$

فإن:  $g(x) \leq g(0)$  لأن  $g$  تناقصية على  $[0, +\infty[$ .

ومنه:  $(\forall x \geq 0); g(x) \leq 0$

الحالة الثانية: إذا كان:  $x \leq 0$

فإن:  $g(x) \leq g(0)$  لأن  $g$  تزايدية على  $] -\infty; 0]$ .

ومنه:  $(\forall x \leq 0); g(x) \leq 0$

نلاحظ في كلتا الحالتين أن:  $g(x) \leq 0$

إذن:  $(\forall x \in \mathbb{R}); g(x) \leq 0$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x)e^x - x = (2-\infty)e^{+\infty} - \infty = (-\infty)(+\infty) - \infty = -\infty - \infty = -\infty$$

إذن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  (1)



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2}{x} - 1 \right) e^x - 1$$

$$= \left( \frac{2}{x} - 1 \right) e^{+\infty} - 1 = (0-1)(+\infty) - 1 = (-1)(+\infty) - 1 = -\infty - 1 = -\infty$$

إذن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  (2)

نستنتج إذن من النتيجتين (1) و (2) أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجيميا في اتجاه محور الأرتياب بجوار  $+\infty$ .



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2-x)e^x - x$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x - xe^x - x)$$

$\begin{matrix} \swarrow & \searrow & \searrow \\ \infty & \infty & \infty \\ \circ 0^+ & \circ 0^- & \circ -\infty \end{matrix}$

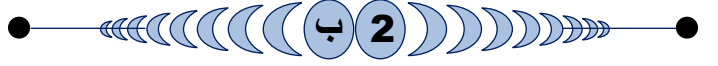
$$= 2 \times 0 - 0 - (-\infty) = 0 + \infty = +\infty$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overline{BA}; \overline{BC}) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \\ BC = BA \end{array} \right. \text{ أي } \left\{ \begin{array}{l} (\overline{BA}; \overline{BC}) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \\ |c-b| = |a-b| \end{array} \right. \text{ أي}$$

ومن هذه الكتابة الأخيرة نستنتج أن  $ABC$  مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين في نفس النقطة  $B$ .

ملاحظة: إذا كان  $(\overline{BA}; \overline{BC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$  نقول أن  $ABC$  مثلث قائم الزاوية مباشر.

و إذا كان  $(\overline{BA}; \overline{BC}) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$  نقول أن  $ABC$  مثلث قائم الزاوية غير مباشر.



$$\text{لدينا: } |4(1-i)| = 4\sqrt{1^2 + (-1)^2} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{إذن: } 4(1-i) = 4\sqrt{2}e^{i\theta}$$

لنبحث الآن عن العمدة  $\theta$ .

ومن أجل ذلك نتطرق من:  $4(1-i) = 4\sqrt{2} \cos \theta + i 4\sqrt{2} \sin \theta$

$$\begin{cases} 4 = 4\sqrt{2} \cos \theta \\ -4 = 4\sqrt{2} \sin \theta \end{cases} \text{ يعني}$$

$$\begin{cases} \cos \theta = \cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) \\ \sin \theta = \sin\left(\frac{-\pi}{4}\right) \end{cases} \text{ يعني } \begin{cases} \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \theta = \frac{-\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\text{إذن: } \theta \equiv \frac{-\pi}{4} [2\pi]$$

$$\text{و بالتالي: } 4(1-i) = 4\sqrt{2}e^{\frac{-i\pi}{4}}$$



$$\text{لدينا: } (c-a)(c-b) = (11-i-9-i)(11-i-9+i)$$

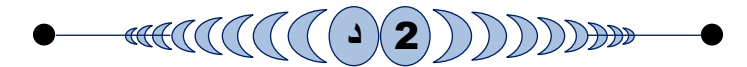
$$\text{ومنه: } (c-a)(c-b) = 4(1-i)$$

$$\text{يعني: } |(c-a)(c-b)| = |4(1-i)|$$

$$\text{يعني: } |c-a| \times |c-b| = 4|1-i|$$

$$\text{إذن: } |c-a| \times |c-b| = 4\sqrt{2}$$

$$\text{يعني: } AC \times BC = 4\sqrt{2}$$



$$\mathcal{R}_B\left(\frac{3\pi}{2}\right): (P) \mapsto (P) \text{ — } M(z) \mapsto M'(z')$$

$$\text{ننتقل من المعطى: } \mathcal{R}(M) = M'$$

$$\text{إذن حسب التعريف العقدي للدوران: } (z' - b) = e^{\frac{i3\pi}{2}}(z - b)$$

$$\text{يعني: } (z' - 9 + i) = -i(z - 9 + i)$$

$$\text{يعني: } z' - 9 + i = -iz + 9i + 1$$

$$\text{يعني: } z' = -iz + 8i + 10$$

$$\text{إذن الدوران } \mathcal{R} \text{ يصبح: } (P) \mapsto (P)$$

$$M(z) \mapsto M'(-iz + 8i + 10)$$

$$\text{لدينا: } -ic + 8i + 10 = -i(11-i) + 8i + 10$$

$$= -11i - 1 + 8i + 10 = -3i + 9 = c' = \text{aff}(C')$$

$$\text{إذن حسب الكتابة العقديّة للدوران } \mathcal{R} \text{ نستنتج أن: } \mathcal{R}(C) = C'$$

$$\text{و كذلك: } \text{aff}(C') = c' = 9 - 3i$$

ولدينا كذلك :  $f(2) = (2-2)e^2 - 2 = -2 < 0$

إذن :  $(2) f(2) < 0$

ولدينا كذلك :  $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}$

بما أن :  $e^{\frac{3}{2}} > 3$  فإن :  $\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} > \frac{3}{2}$

ومنه :  $\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} > 0$  أي :  $(3) f\left(\frac{3}{2}\right) > 0$

من النتيجة (2) و (3) نستنتج أن :  $(4) f(2) \cdot f\left(\frac{3}{2}\right) < 0$

إذن من النتيجة (1) و (4) نستنتج حسب مبرهنة القيم الوسيطة (TVI)

أن :  $\exists ! \alpha \in \left]2; \frac{3}{2}\right[ ; f(\alpha) = 0$

و بالتالي : المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  محصور بين 2 و  $\frac{3}{2}$

النقطة ذات الأفصول  $\alpha$  هي نقطة تقاطع  $(\mathcal{E})$  و محور الأفاصيل .

### II 5 أ

المعادلة  $f(x) + x = 0$  تصبح :  $(2-x)e^x - x + x = 0$

يعني :  $(2-x)e^x = 0$

نعلم أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) ; e^x \neq 0$

إذن :  $2-x = 0$  ومنه :  $x = 2$

إذن أفصول نقطة تقاطع  $(\mathcal{E})$  و المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة  $y = -x$

هو 2 و أرتوبها هو :  $f(2) = -2$

و بالتالي :  $(\mathcal{E})$  و  $(D)$  يتقاطعان في النقطة  $A(2; -2)$  .

### II 5 ب

لدينا :  $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(x) + x = (2-x)e^x$

إذن : إشارة  $f(x) + x$  تتعلق فقط بإشارة  $(2-x)$

و ذلك لأن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) ; e^x > 0$

إذا كان :  $x = 2$  فإن :  $f(x) + x = 0$

إذا كان :  $x > 2$  فإن :  $f(x) + x < 0$

إذا كان :  $x < 2$  فإن :  $f(x) + x > 0$

### II 5 ج

نستنتج من السؤال ب) أنه :

• إذا كان :  $x > 2$  فإن :  $f(x) < 0$

• إذا كان :  $x < 2$  فإن :  $f(x) > 0$

إذن :  $(\mathcal{E})$  يوجد فوق المستقيم  $(D)$  على المجال  $]-\infty; 2[$  .

و  $(\mathcal{E})$  يوجد أسفل  $(D)$  على المجال  $]2; +\infty[$  .

### II 6 أ

لدراسة نقط الإنعطاف ندرس النقط التي تنعدم فيها المشتقة الثانية  $f''$  .

ليكن  $x$  عنصرا من  $\mathbb{R}$  . و نريد أن نحل المعادلة :  $f''(x) = 0$

لدينا :  $f''(x) = g'(x) = -xe^x$

إذن المعادلة تصبح :  $-xe^x = 0$

نعلم أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) ; e^0 \neq 0$

إذن المعادلة تصبح :  $x = 0$

و منه : فالمعادلة تقبل حلا وحيدا و هو الصفر .

يعني أن  $(\mathcal{E})$  يقبل نقطة انعطاف واحدة أفصولها 0 .

و أرتوبها هو  $f(0) = 2$

أي :  $B(0; 2)$  نقطة انعطاف للمنحنى  $(\mathcal{E})$

إذن :  $(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

ولدينا :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2-x)e^x$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} 2e^x - xe^x = 0 - 0 = 0$$

إذن :  $(4) \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = 0$

لدينا :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x} - 1\right) e^x - 1$

$$= \left(\frac{2}{-\infty} - 1\right) e^{-\infty} - 1 = (0 - 1)(0) - 1 = -1$$

إذن :  $(5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$

من النهايات (3) و (4) و (5) نستنتج أن المستقيم  $(D)$  الذي معادلته  $y = -1x + 0$  :  $(D)$  مقارب مائل للمنحنى  $(\mathcal{E})$  بجوار  $-\infty$  .

### II 3 أ

ليكن  $x$  عنصرا من  $\mathbb{R}$  . لدينا :  $f(x) = (2-x)e^x - x$

إذن :  $f'(x) = -e^x + (2-x)e^x - 1$

$$= (-1 + 2 - x)e^x - 1$$

$$= (1 - x)e^x - 1$$

$$= g(x)$$

إذن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = g(x)$

### II 3 ب

النتيجة  $f'(0) = 0$  تعني هندسيا أن المنحنى  $(\mathcal{E})$  يقبل مماسا أفقيا ( موازي لمحور الأفاصيل ) بجوار النقطة ذات الأفصول 0 .

### II 3 ج

لدينا :  $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = g(x)$

و نعلم حسب نتيجة السؤال (I) 2) أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) ; g(x) \leq 0$

إذن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) \leq 0$

و هذا يعني أن الدالة  $f$  تناقصية على  $\mathbb{R}$  .

و نضع جدول تغيرات  $f$  كما يلي :

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	$\emptyset$	-
$f$	$+\infty$	2	$-\infty$

### II 4

لدينا  $f$  دالة متصلة و تناقصية قطعاً على  $\mathbb{R}$  .

إذن  $f$  تقابل من  $\mathbb{R}$  نحو  $\mathbb{R}$  نحو  $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$

و منه كل عنصر من  $\mathbb{R}$  يمتلك سابقاً واحداً من  $\mathbb{R}$  بالدالة  $f$  .

لدينا :  $0 \in \mathbb{R}$  إذن :  $(\exists ! \alpha \in \mathbb{R}) ; f(\alpha) = 0$

يعني أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا في  $\mathbb{R}$  و هو العدد  $\alpha$  .

و لدينا :  $f$  دالة متصلة على المجال  $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$  . (2)

$$\mathcal{A} = \int_{-1}^0 |f(x) + x| dx = \int_{-1}^0 (f(x) + x) dx \quad \text{و منه :}$$

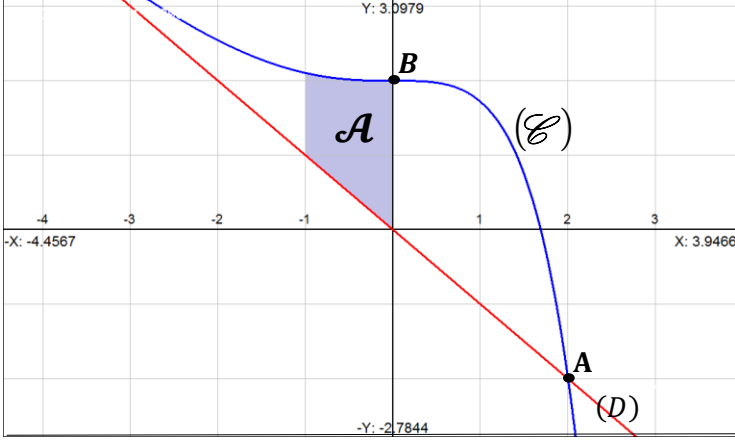
$$= \left(3 - \frac{4}{e}\right) \text{unité}^2$$

$$\mathcal{A} = \left(3 - \frac{4}{e}\right) \text{unité}^2 \quad \text{إذن :}$$

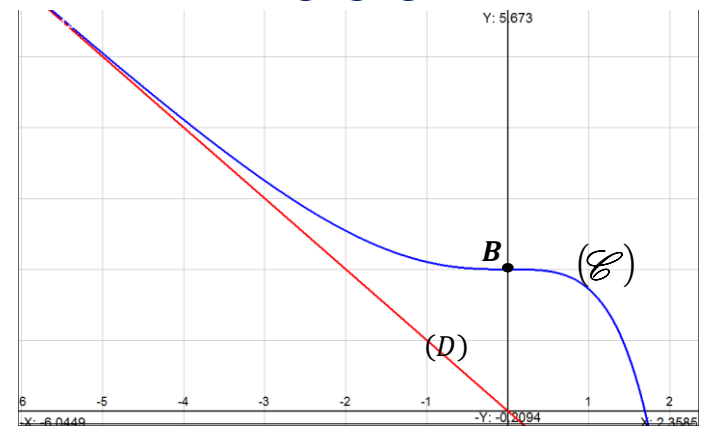
بما أن  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2 \text{ cm}$  : فن  $l' \text{ unité} = 2 \text{ cm}$

$$(l' \text{ unité})^2 = 4 \text{ cm}^2 \quad \text{إذن :}$$

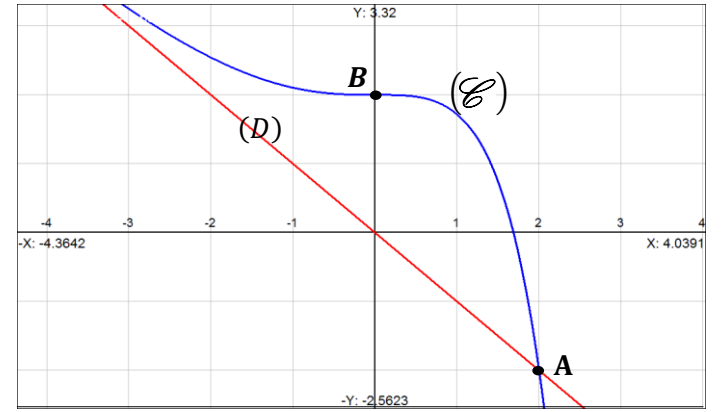
$$\mathcal{A} = 4 \left(3 - \frac{4}{e}\right) \text{ cm}^2 = \left(12 - \frac{16}{e}\right) \text{ cm}^2 \quad \text{و بالتالي :}$$



## II 6 ب



أضفت الصورة الأولى لنرى بوضوح ما يقع بجوار  $-\infty$ .



## II 7 أ

$$\int_{-1}^0 \underbrace{(2-x)}_u \underbrace{e^x}_{v'} dx = [uv]_{-1}^0 - \int_{-1}^0 u'v dx \quad \text{لدينا :}$$

$$= [(2-x)e^x]_{-1}^0 - \int_{-1}^0 -e^x dx$$

$$= [(2-x)e^x]_{-1}^0 + \int_{-1}^0 e^x dx$$

$$= [(2-x)e^x]_{-1}^0 + [e^x]_{-1}^0$$

$$= \left(2 - \frac{3}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{e}\right) = 3 - \frac{4}{e}$$

$$\int_{-1}^0 (2-x) e^x dx = 3 - \frac{4}{e} \quad \text{إذن :}$$

## II 7 ب

لتكن  $\mathcal{A}$  مساحة الحيز من المستوى المحصور بين المنحنى  $(\mathcal{C})$  والمستقيم  $(D)$  والمستقيمين اللذين معادلتاهما  $x = 0$  و  $x = -1$ . نعلم أن التكامل يقيس هندسيا طول أو مساحة أو حجم.

$$\mathcal{A} = \int_{-1}^0 |f(x) - (-x)| dx = \int_{-1}^0 |f(x) + x| dx \quad \text{إذن :}$$

من خلال دراسة إشارة  $(f(x) + x)$  حسب  $(II)$  (5) ب)

$$\text{نكتب : } (\forall x < 2) ; f(x) + x > 0$$

$$\text{إذن : } (\forall x < 2) ; |f(x) + x| = f(x) + x$$