ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵣⵓⵍⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2015
- الموضوع -

NS 22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين ومسألة ، مستقلة فيما بينها ، وتتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل والمتتاليات العددية	11 نقطة

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقطتين $A(2,1,0)$ و $B(-4,1,0)$

1) ليكن (P) المستوى المار من النقطة A و $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ متجهة منظمية عليه . — 0.5

بين أن $x+y-z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (P)

2) لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ — 0.75

بين أن (S) هي الفلكة التي مركزها النقطة $\Omega(-1,1,0)$ و شعاعها 3

3) أ- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P) ثم استنتج أن (P) يقطع (S) وفق دائرة (C) — 0.5

ب- بين أن مركز الدائرة (C) هو النقطة $H(0,2,-1)$ — 0.5

4) بين أن $\overrightarrow{OH}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+4\vec{j}+8\vec{k}$ ثم استنتج مساحة المثلث OHB — 0.75

التمرين الثاني : (3 ن)

I- نعتبر العدد العقدي a بحيث $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

1) بين أن معيار العدد العقدي a هو $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$ — 0.5

2) تحقق من أن $a=2\left(1+\cos\frac{\pi}{4}\right)+2i\sin\frac{\pi}{4}$ — 0.25

3) أ- بإخطاط $\cos^2\theta$ ، حيث θ عدد حقيقي ، بين أن $1+\cos 2\theta=2\cos^2\theta$ — 0.25

ب- بين أن $a=4\cos^2\frac{\pi}{8}+4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$ (نذكر أن $\sin 2\theta=2\cos\theta\sin\theta$) — 0.5

ج- بين أن $4\cos\frac{\pi}{8}\left(\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}\right)$ هو شكل مثلثي للعدد a ثم بين أن $a^4=\left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4 i$ — 0.5

II- نعتبر،في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$، النقطتين Ω و A اللتين لحقاهما على التوالي هما ω و a بحيث $\omega=\sqrt{2}$ و $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ و R الدوران الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1) بين أن اللحق b للنقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو $2i$ — 0.5

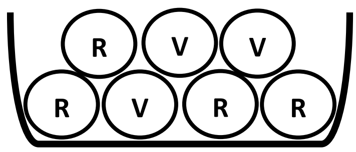
2) حدد مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $|z-2i|=2$ — 0.5

التمرين الثالث : (3 ن)

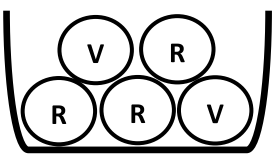
يحتوي صندوق U_1 على 7 كرات : أربع كرات حمراء و ثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

و يحتوي صندوق U_2 على 5 كرات : ثلاث كرات حمراء و كرتان خضراوان (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

الصندوق U_1



الصندوق U_2



I) نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق U_1 — 2

ليكن A الحدث : " الحصول على كرة حمراء واحدة و كرتين خضراوين ".

و B الحدث : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " .

بين أن $p(A)=\frac{12}{35}$ و $p(B)=\frac{1}{7}$

II) نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من U_1 ثم نسحب عشوائيا كرة واحدة من U_2 — 1

ليكن C الحدث : "الحصول على ثلاث كرات حمراء ".

بين أن $p(C)=\frac{6}{35}$

المسألة : (11 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $2\ cm$)

I(1) بين أن $D_f=]0,e[\cup]e,+\infty[$ (D_f هي مجموعة تعريف الدالة f) 0.5

2) أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to e\\ x>e}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to e\\ x<e}} f(x)$ و أول هندسيا النتيجتين المتوصل إليهما . 0.75

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مقاربا بجوار $+\infty$ يتم تحديده . 0.5

ج- بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة (لحساب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ لاحظ أن $x(1-\ln x)=x-x\ln x$) 0.5

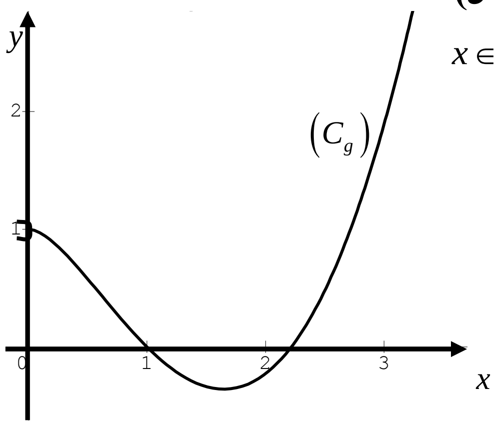
3) أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$ لكل x من D_f 0.75

ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0,1]$ و تزايدية على كل من المجالين $[1,e[$ و $]e,+\infty[$ 1

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على D_f 0.25

II) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$

و ليكن (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم (انظر الشكل)



1) أ- حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة (E) التالية: $g(x)=0$, $x\in]0,+\infty[$ 0.5

ب- نعطي جدول القيم التالي : 0.5

x	$2,1$	$2,2$	$2,3$	$2,4$
$g(x)$	$-0,14$	$-0,02$	$0,12$	$0,28$

بين أن المعادلة (E) تقبل حلا α بحيث $2,2<\alpha<2,3$

2) أ- تحقق من أن $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$ لكل x من D_f 0.25

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في النقطتين اللتين أفصولاهما 1 و α 0.5

ج- حدد ، انطلاقا من (C_g)، إشارة الدالة g على المجال $[1,\alpha]$ و بين أن $f(x)-x\leq 0$ لكل x من $[1,\alpha]$ 0.5

3) أنشئ ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) 1.25

4) أ- بين أن $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}}\frac{1}{x(1-\ln x)}dx=\ln 2$ (لاحظ أن : $\dfrac{1}{x(1-\ln x)}=\dfrac{\frac{1}{x}}{1-\ln x}$ لكل x من D_f) 0.75

ب- احسب ، ب cm^2، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معادلتاهما $x=1$ و $x=\sqrt{e}$ 0.75

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $I\!N$

1) بين بالترجع أن $1\leq u_n\leq\alpha$ لكل n من $I\!N$ 0.5

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكن استعمال نتيجة السؤال II) 2) ج-) 0.5

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها . 0.75

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2015 - الدورة الاستدراكية -

الشعب (ة) أو المسلك: شعبة العلوم التجريبية بمسالكها

مادة الرياضيات

تمرين رقم 1

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_n=4$ و $u_{n+1}=\frac{2}{5}u_n+3$ لكل n من IN

1- بين بالترجع أن $u_n<5$ لكل n من IN

2- تحقق من أن $u_{n+1}-u_n=\frac{3}{5}(5-u_n)$ لكل n من IN ثم استنتج أن المتتالية (u_n) تزايدية .

3- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

4- لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n=5-u_n$ لكل n من IN

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

ب- استنتج أن $u_n=5-\left(\frac{2}{5}\right)^n$ لكل n من IN و احسب نهاية المتتالية (u_n) .

تمرين رقم 2

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، المستوى (P) الذي معادلته $2x-z-2=0$ و الفلكة (S) التي معادلتها $x2+y2+z2+2x-2z-7=0$

1- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(-1,0,1)$ و أن شعاعها هو 3

2- أ- أحسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P)

ب- استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ)

3- بين أن شعاع الدائرة (Γ) هو 2 و حدد مثلوث إحداثيات النقطة H مركز الدائرة (Γ)

تمرين رقم 3

1- أ- حل في مجموعة الأعدادالعقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+32=0$

ب- نعتبر العدد العقدي a بحيث $a=4+4i$

اكتب العدد العقدي a على الشكل المثلث ثم استنتج أن a^{12} عدد حقيقي سالب .

2- نعتبر في المستوى العقدي إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث $a=4+4i$ و $b=2+3i$ و $c=3+4i$

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه C و زاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن $z'=iz+7+i$

ب- تحقق من أن d لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $3+5i$

ج- بين أن مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $|z-3-5i|=|z-4-4i|$ هي المستقيم (BC)

تمرين رقم 4

يحتوي صندوق على 5 بيدقتان بيضاوان و بيدقتان خضروان و بيدقة حمراء واحدة (لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس).
نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال ثلاث بيدقات من الصندوق .

1 -ليكن A الحدث : «البيدقات الثلاث المسحوبة من نفس اللون» .

- بين أن $p(A)=\frac{17}{125}$

2 -ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البيدقات البيضاء المسحوبة .

- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

تمرين رقم 5

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=1-x+x\ln x$

1 -أ- بين أن $g'(x)=\ln x$ لكل x من $]0,+\infty[$

ب- بين أن الدالة g تناقصية على $]0,1]$ و تزايدية على $[1,+\infty[$

2 -أحسب $g(1)$ و استنتج أن $g(x)\geq 0$ لكل x من $]0,+\infty[$

II-نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=3-\frac{1}{x^2}-\frac{2\ln x}{x}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1cm$)

1 -بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)=-\infty$ و أول هندسيا النتيجة

(لحساب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)$ لاحظ أن $f(x)=\frac{3x^2-1-2x\ln x}{x^2}$ لكل x من $]0,+\infty[$)

2 -بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=3$ و استنتج طبيعة الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

3 -أ- بين أن $f'(x)=\frac{2g(x)}{x^3}$ لكل x من $]0,+\infty[$

ب- أول هندسيا النتيجة $f'(1)=0$

ج- بين أن الدالة f تزايدية على $]0,+\infty[$

4 -أنشئ ، في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف أفصول إحداهما 1 و أفصول الأخرى محصور بين 2 و 2.5 و نأخذ $f(0,3)=0$)

5 -أ- بين أن $\int_1^e \frac{2\ln x}{x}dx=1$

ب-أحسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$

6 -لتكن h الدالة العددية المعرفة على IR^* بما يلي : $h(x)=3-\frac{1}{x^2}-\frac{\ln(x^2)}{|x|}$

أ- بين أن الدالة h زوجية و أن $h(x)=f(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$

ب- أنشئ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، المنحنى (C') الممثل للدالة h .